

Deo fizike sa kojim ćemo se sada upoznati bavi se izučavanjem toplinskih pojava. Veliki broj zakonitosti povezanih sa primenom predajom toplote i pretvaranjem toplote u mehanički rad, otkriven je pre nego što je bila poznata atomsko-molekulska struktura materije. Sva ova otkrića su rezultirala u granici fizike koja je nazvana *termodinamikom*. Ona operiše sa makrofizičkim veličinama kao što su temperatura, pritisak itd. i ne povezuje ih sa strukturnom materijom. No, kada je dokazano da se materija sastoji od velikog broja delića, molekula ili atoma, logično se javila težnja da se termodinamički zakoni objasne veličine objasne pomoću osobina pojedinih molekula kao što su masa, brzina itd. U principu se kretanje svakog molekula u gasovitoj fazi može opisati zakonima klasične fizike. No, kako se radi o ogromnom broju čestica složenost problema zahteva da se mogu odrediti, a i matematička složenost problema zahteva da se problem kretanja velikog broja čestica opišuje statističkim metodama. U okviru ovih metoda se može izračunati samo verovatnoća da se sistem čestica nađe u određenom stanju i ne može se sprovesti strogo mehanički determinizam. U okviru statističke fizike se makrofizičke veličine povezuju sa srednjim vrednostima odgovarajućih mikrofizičkih veličina. Na ovaj način je pokazano da termodinamički zakoni imaju svoju opravdanost i sa mikrofizičkog stanovišta. Naime, procesi koji se odvijaju prema strogim zakonima termodinamike su najverovatniji procesi sa stanovišta statističke fizike. Tako je, na primer, termodinamički zakon koji glasi: "toplota prelazi od toplijeg na hladnija tela" ispravan ako se posmatra veliki broj molekula. Sa stanovišta statističke fizike ovaj zakon predviđa samo najverovatniji proces pri spajanju tela sa raznim temperaturama. Statistička fizika dopušta, ali sa daleko manjom (često zanemarljivo) verovatnoćom i obrnut proces.

## 63.1. Temperatura. Termometri

Kad dodirujemo neko telo, možemo da kažemo da li je ono vrelo, toplo ili hladno. Pri tom ocenjivanju mi ustvari porjedimo stepen toplotnog stanja ili zagrejanosti tela u odnosu na temperaturu našeg tela. Pri tome možemo i da pogrešimo, jer je procena izvršena na bazi fiziološkog osećaja. Greška je utoliko veća ukoliko se radi o veoma visokim i veoma niskim temperaturama. Kako je temperatura, tj. stepen toplotnog stanja ili zagrejanosti nekog tela važna fizička veličina, čija se jedinica kao osnovna nalazi u Internacionalnom sistemu (IS) mera, prilikom merenja temperature moramo tačno definisati i pronaći metodu za njeno merenje. Dok je egzaktna definicija pojma temperature predmet daljeg razmatranja, mi ćemo se za sada zadovoljiti da utvrdimo egzaktnu metodu za njeno merenje. Za merenje temperature moramo dakle pronaći neke merljive fizičke osobine tela koje se menjaju sa temperaturom, slično kao što smo za merenje sile upotrebili osobinu tela koja se menja sa silom, na primer, dužinu elastične opruge i sl. Ta osobina mora biti i reverzibilna, tj. telo se povratkom na početnu temperaturu mora vratiti u početni položaj. Takve jednostavne merljive fizičke osobine koje se menjaju sa temperaturom su, na primer, dužina šipke, zapremina tečnosti, pritisak gasa pri stalnoj zapremini, električni otpor žice, boja usijanog vlakna itd. Svim navedenim osobinama koristimo se za merenje temperature u određenom intervalu.

Uredjaji kojima se meri temperatura zovu se termometri. Oni se dele na termometre sa gasom, tečnošću i čvrstim telom. Gasni termometri ( $H_2$ , He) su vrlo osetljivi i tačni. Termometri sa tečnošću (Hg, alkohol i dr.) praktični su i prilično tačni. Termometri napravljeni od čvrstih tela (metalni termometar) vrlo su postojani, ali imaju malu tačnost i najčešće se koriste u oblasti visokih temperatura.

Najobičniji termometar je onaj sa tečnošću u staklenoj cevi (sl. 63.1). Taj se instrument sastoji od staklenog

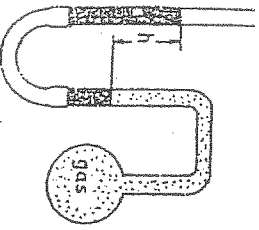


rezervoara koji je vezan sa uskom staklenom kapilarnom konstantnog preseka. U rezervoaru se nalazi tečnost, po pravilu živa ili obojeni alkohol (za niske temperature). Kapilara je evakuisana, a njen gornji kraj zatopljen. Skala uz kapilaru služi za merenje temperature. Pri zagrevanju tečnost se više širi od stakla, te male promene zapremine tečnosti u rezervoaru prouzrokuju znatne promene nivoa tečnosti u kapilari. Ako je širenje tečnosti proporcionalno temperaturi, onda će promena nivoa tečnosti u kapilari biti srazmerna promeni temperature. Gornje granice mernog intervala kod termometra sa težnošću su ograničene tačkom ključanja tečnosti. Da bi se povećao merni opseg, odnosno povećala temperaturna tačka ključanja tečnosti u termometru, u prostor iznad tečnosti se ubacuje gas pod visokim pritiskom.



Sl. 63.1

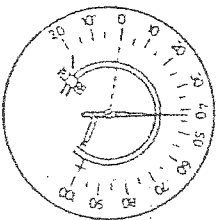
Šem opisanoj termometra u upotrebi su i druge vrste termometara zasnovane na različitim principima. Najbolje ćemo neke od njih bez detaljnije analize, jer će istra biti tretirana u odgovarajućim poglavljima.



Sl. 63.2

Gasni termometar. Ova termometar zasniiva se na osobinama širenja gasova pri zagrevanju. Izgled gasnog termometra sa konstantnom zapreminom prikazan je na slici 63.2. gde je sud sa gasom vezan za živin manometar. Radi održavanja stalne zapremine gasa, koji se pri zagrevanju širi, jedan kraj manometra je pokretan čime se može nivo žive u drugom manometarskom kraku uvek dovesti na isti početni nivo. Kod ovih termometara promena pritiska gasa sa temperaturom je pravilnija nego kod širenja

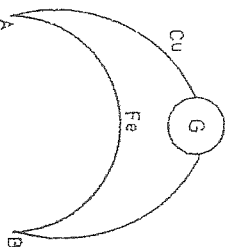
tečnih tela. Stoga gasni termometar ima veliku pouzdanost. Osnovni parametar kod gasnog termometra je pritisak date količine gasa pri stalnoj zapremini.



Sl. 63.3

Metalni termometar. Kada se dva metala različitih koeficijenta širenja spoje tako da čine jednu pravu šipku (dimezalni štap), onda se ova šipka pri promenju temperature krivi i to tako, da pri zagrevanju metal sa većim koeficijentom širenja dodje sa spoljašnje strane krivine (ispupčena strana). Pri hladjenju se događa obrnuto. Bimetalni termometar koji funkcioniše na opisan način prikazan je na slici 63.3. Ovakve bimetalne šipke (gvozdje i cink, ili čelik i mesing itd.) služe, pored merenja

temperature, kada se dva različita metala, na primer, gvozdje i bakar, vežu u kolo kao na slici 63.4., pri čemu se



Sl. 63.4

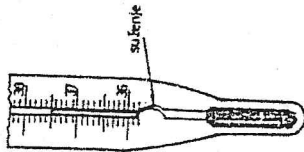
gvozdju precizno merenje temperature.

Pirometri. Pirometri su instrumenti koji mere temperaturu na principu detektovanja zračenja zagrejanog tela pomoću termoelementa. Intenzitet zračenja raste sa temperaturom. U praksi se koriste i optički pirometri, čiji se rad zasniiva na činjenici

ci da je frekvencija najintenzivnijeg dela spektra toplotnog zračenja srazmerna temperaturi (vidi 53.33).

Maksimalni i minimalni termometri. Često je potrebno znati najveću temperaturu u nekom vremenskom razmaku, na primer, u toku 24 časa, što je naročito važno u meteorologiji. U tu svrhu služi nam maksimalni termometar. Kod ovog termometra na izlazu

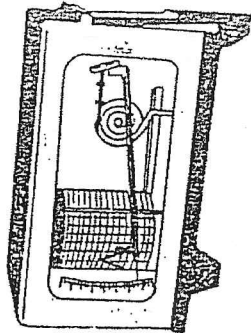
iz rezervoara cev je sužena, tako da živa pri širenju prolazi kroz ovo suženje. Pri hlađenju, živa u rezervoaru se skupi a njen stub se na suženju prekine. Zaostali stub žive pokazuje svojim gornjim krajem najvišu temperaturu. Pri ponovnom merenju termometar se mora stresiti kako bi se zaovala živa u cevi vratila u rezervoar. Na ovom principu konstruisan je i lekarski termometar (sl. 53.5).



Minimalni termometar pokazuje

najnižu temperaturu u nekom proteklom vremenu. Takav je termometar konstruisan istom kao i maksimalni termometar, samo je punjen alkoholom i u njemu se nalazi tanak stakleni štapić. Kad temperatura raste, alkohol prolazi uz štapić, a kad temperatura pada alkohol povlači sa sobom štapić zbog površinskog napona.

Za crtanje dijagrama temperature u nekom vremenskom intervalu služi termograf (sl. 53.6). On se sastoji od spiralne



Sl. 53.6

cevi koja je napunjena živom. Ta cev se kod porasta temperature rasteže, a kod pada temperature skuplja. Ove promene prenose se na kazaljku koja crta dijagram na papiru namotanom na valjak, koji se okreće pomoću satnog mehanizma.

### 63.2. Temperaturske skale

Dugo se smatralo da je temperatura veličina nezavisna od ostalih fizičkih pojava. Zbog toga su za merenje temperature predlagane različite skale i jedinice (Celsijusova, Reomirova<sup>33</sup>, Farenhajtova<sup>34</sup>). Da bi se jednoobrazno merila, temperatura umesto ovih, proizvoljnih temperaturskih skala, u Internacionalnom sistemu jedinica temperatura se meri u apsolutnoj Kelvinovoj<sup>35</sup> skali i izražava se u jedinicama Kelvina (K). Do ovakve temperaturske skale možemo doći ako pomoću gasnog termometra (sl. 53.2) izvedemo sledeći eksperiment:

Termometar ćemo napuniti određenom količinom gasa i merićemo pritisak gasa na tački mržnjenja vode ( $P_m$ ) i na tački ključanja vode ( $P_k$ ). Nakon toga ćemo termometar delimično evakuirati i merenje ponoviti. Ovakva merenja ćemo ponavljati sve dok u termometru možemo registrovati bilo kakvu razliku između pritisaka  $P_k$  i  $P_m$ . Kao rezultat merenja dobićemo grafikon prikazan na slici 53.7.

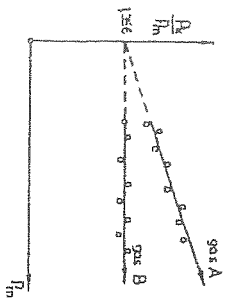
Pokazalo se da za razne gasove ekstrapolisane kri-

<sup>33</sup> Anders Celsius (1701-1744), švedski fizičar i astronom, obeležio je temperaturu ključanja vode brojem 100, a temperaturu mržnjenja vode nulom. Podelom ovog rastojanja na 100 jednakih delova dobitjena je jedinica za temperaturu - nazvana Celsijusov stepen (°C).

<sup>34</sup> René Anto Ferchault de Réaumur (1683-1757), francuski fizičar, jedan od osnivača metalografije.

<sup>35</sup> Gabriel Dante Fahrenheit (1686-1736), nemački fizičar, bavio se izradom meteoroloških instrumenata. Invenirao je živinog termometra.

<sup>36</sup> William Thomson, Lord Kelvin (1824-1907), engleski fizičar i matematičar, posuđuje po radovima u termodinamici i električnim strujama.



$$\frac{T_k}{T_m} = \frac{P_k}{P_m} \cdot \frac{V_m}{V_k} = \frac{P_k}{P_m} \cdot 0.75 \quad (63.1)$$

$$= 1,36609 \pm 0,00004$$

Sl. 63.7

Da bi stepeni Kelvina nove skale (K) imali istu vrednost kao i stepeni Celzijusove skale ( $^{\circ}C$ ) definiciji (63.1) dodat je uslov  $T_k - T_m = 100$ , odakle se za tačku mržnjenja vode dobija vrednost  $T_m = 273,16$  K. Zbog veze

$$T(K) = 273,16 + t(^{\circ}C) \quad (63.2)$$

očigledno je da se nula ovako definisane temperaturske skale palazi na  $t = -273,16^{\circ}C$  i kasnije ćemo videti da je to najniža moguća temperatura.

### 63.3. Toplota i masena količina toplote

Toplota je jedan od različitih vidova energije. Iz prakse znamo da se toplotna energija dobija u različitim fizičkim i hemijskim procesima. Od fizičkih procesa najznačajniji su trenje i proticanje električne struje kroz provodnik, a od hemijskih - različite hemijske reakcije.

Ako dva tela različitih temperatura dovedemo u kontakt, primetimo da temperatura hladnijeg tela raste, a toplijeg opada. Ovaj proces traje sve dotle dok se temperature oba tela ne izjednače. Opisano pojavu karakterišemo tako, što kažemo da je između tela došlo do razmene izvesne količine toplote. Istovremeno, ova pojava nam može poslužiti za definisanje pojma količine toplote.

Kao što je poznato, temperatura je mera unutrašnje

energija tela, tj. mera ukupne energije kretanja njegovih sastavnih delova (atoma ili molekula) \*. To znači da promena temperature dvaju tela u toplotnom kontaktu ne označava ništa drugo do razmenu unutrašnje energije između njih. Toplije telo predaje deo svoje unutrašnje energije hladnijem telu. Predati deo unutrašnje energije naziva se *količina toplote*, tako da na osnovu svega iznetog možemo reći da količina toplote predstavlja onaj deo unutrašnje energije tela koje ono razmeni u kontaktu sa drugim telom.

S obzirom da je toplota specifičan oblik energije logično je da se kao i mehanička energija može meriti u džulima (J).

Poznato je da se temperatura nekog tela menja ako mu se dodaje ili oduzima toplota. Ova promena temperature ne zavisi samo od količine toplote predate nekom telu, nego i od mase i prirode tog tela. Zagrevanjem tela iste mase, ali različitih materijala (gvozdje, olovo, staklo) može se zapaziti da su za jednako povišenje temperature potrebne različite količine toplote. Količina toplote  $\Delta Q$  koja promeni temperaturu nekog tela od  $t_1$  do  $t_2$  proporcionalna je masi tela  $m$  i razlici temperatura  $\Delta t = t_2 - t_1$ , tj.

$$\Delta Q = cm\Delta t \quad (63.3)$$

Faktor proporcionalnosti  $c$  naziva se *masena količina toplote* i karakteristična je veličina za svako telo. Ako se u jednačini (63.3) uvede da je  $m = 1$  kg,  $\Delta t = 1$  K, dobija se

$$\Delta Q = c$$

što znači da je masena količina toplote tela  $c$  brojno jednaka količini toplote koju treba dovesti jedinici mase nekog tela, da bi joj se temperatura povišala za jedinicu. Iz (63.3) sledi

$$c = \frac{\Delta Q}{m\Delta t} \quad (63.4)$$

\* *Uglavnom napomenuti da ono kretanje nije obuzvano haotično (ovaj termin je odnosen u literaturi) kao kod gasova i tečnosti. U čvrstim telima, pravilne geometrijske strukture, kretanje je onotatovno i vrše ga atomi (molekule) oko svojih ravnotežnih položaja.*

Izraz (63.4) važi samo u slučaju kada se masena količina toplote  $c$  može smatrati konstantnom, tj. za male intervale temperature  $\Delta t$ . Medjutim, po pravilu, masena količina toplote zavisi od temperature, pa se uvek govori o masenoj količini toplote pri datoj temperaturi. Ova fizička veličina se definiše kao

$$c = \frac{dQ}{m dt} \quad (63.5)$$

a relacija za količinu toplote, potrebnu za zagrevanje nekog tela mase  $m$  od temperature  $t_1$  do  $t_2$  glasi

$$Q = m \int_{t_1}^{t_2} c(t) dt$$

Prema tome, jednačina (63.4) definiše ustvari srednju vrednost masene količine toplote u intervalu  $\Delta t$ , a jednačina (63.5) tačnu vrednost masene količine toplote na datoj temperaturi. Odnos  $dQ/dt$  naziva se *toplotni kapacitet* tela i obeležava se sa  $C_k$ . Njegova vrednost se određuje iz (63.5), odakle je

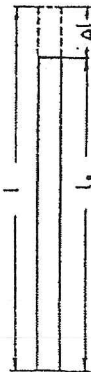
$$C_k = \frac{dQ}{dt} = mc \quad (63.6)$$

tj. toplotni kapacitet tela brojno je jednak količini toplote koju je potrebno njemu dovesti da bi mu se temperatura povisila za jedinicu. Masena količina toplote izražava se u  $J/kgK$ ; Masena količina toplote čvrstih i tečnih tela može da se meri pomoću vodenog kalorimetra.

#### 63.4. Širenje čvrstih tela pri zagrevanju

Kod većine tela se povećanjem temperature povećava i njihova zapremina, tj. tela se šire podjednako u svim pravcima. Medjutim, ako je jedna dimenzija tela znatno veća od druge dve, tada se širenje čvrstih tela može posmatrati samo u jednom pravcu. Tada govorimo o linearnom širenju, jer se širenje u ostalim dimenzijama može zanemariti.

Meka dužina štapa pri temperaturi  $t_0 = 0^\circ C$  iznosi  $l_0$ . Sa porastom temperature  $\Delta t = t - t_0$  dužina štapa će se promeniti za  $\Delta l = l - l_0$  (sl. 63.8). Eksperiment pokazuje da povećanje dužine zavisi od prirode materijala i proporcionalno je porastu temperature  $\Delta t$  i početnoj dužini  $l_0$ , tj.



Sl. 63.8

noy dužini  $l_0$ , tj.

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta t \quad (63.7)$$

gde je  $\alpha$  *termički koeficijent linearnog širenja*. S obzirom da je  $\Delta l = l - l_0$  izraz (63.7) može se napisati kao

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta t) \quad (63.8)$$

Izrazi (63.7) i (63.8) važe samo približno kada se radi o malom opsegu temperature. Ako se želi postići veće slaganje obrasba (63.8) sa empirijskim podacima na ma kojoj temperaturi mora se odrediti veći broj konstanti  $\alpha$ . Tada se izraz (63.8) zamenjuje jednim redom oblika

$$l = l_0(1 + \alpha t + \alpha''t^2 + \alpha'''t^3 + \dots) \quad (63.9)$$

Iz izraza (63.7) sledi da je

$$\alpha = \frac{\Delta l / l_0}{\Delta t} \quad (63.10)$$

gde  $\Delta l / l_0$  predstavlja relativno izduženje šipke. Prema (63.10),  $\alpha$  predstavlja relativno izduženje po jednom temperaturnom stepenu. To znači da će se štap dužine 1 metra zagrevanjem za 1 K produžiti za  $\alpha$  metara, štap dug 1 kilometar za  $\alpha$  kilometara. Jer je koeficijent  $\alpha$  nezavisan od izbora jedinice dužine. Vrednosti  $\alpha$  su veoma male, reda veličine  $10^{-5}$  do  $10^{-6} K^{-1}$ .

Kod metalnih ploča male debljine (npr. kod limova) termičko širenje se posmatra u dva pravca, pri čemu širenje u trećem pravcu zanemarujemo. U tom slučaju govorimo o površinskom širenju. U primeru pravougaone ploče (sl. 63.9), čije su ivice  $a$  i  $b$  zagrevanjem će doći do širenja u pravcu ivica  $a$  i  $b$ . Na osnovu

(63.8) to širenje se može predstaviti kao

$$a = a_0(1 + \alpha t) \text{ i } b = b_0(1 + \alpha t) \quad (63.11)$$

gde koeficijent  $\alpha$  ima istu vrednost u oba pravca. Kako je površina pravougaone ploče  $S =$

$$= ab, \text{ to je}$$

$$ab = a_0 b_0 (1 + \alpha t)^2$$

ili

$$S = S_0(1 + 2\alpha t + \alpha^2 t^2) \quad (63.12)$$

gde je  $S_0$  površina ploče na  $0^\circ C$ , a  $S$  površina na  $t^\circ C$ .

Kako je koeficijent  $\alpha$  veoma mali, to se kvadrat  $\alpha^2 t^2$  može zanemariti, te je

$$S = S_0(1 + \beta t) \quad (63.13)$$

gde je  $\beta = 2\alpha$  novi koeficijent koji se zove *temperaturni koeficijent površinskog širenja*.

Istom rezonovanjem, zanemarujući višestepene male veličine  $\alpha$ , možemo doći do zakona za zapreminsko širenje, postavljajući paralelopiped čije su ivice  $a, b, c$ .

$$V = V_0(1 + \gamma t) \quad (63.14)$$

gde je  $\gamma = 3\alpha$  *temperaturni koeficijent zapreminskog (kubnog) širenja*.

63.5. Širenje tečnih tela pri zagrevanju

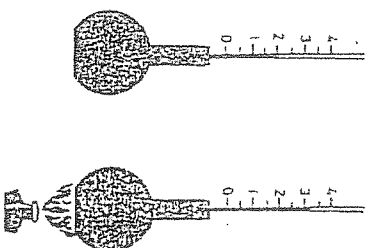
Tečnosti, kao i gasovi, nemaju stalan oblik već uvek zauzimaju oblik suda u kojem se nalaze. Zato kod njih možemo govoriti samo o zapreminskom širenju pri zagrevanju. Za širenje tečnosti pri zagrevanju važi aproksimativno da je

$$V = V_0(1 + \gamma t) \quad (63.15)$$

gde je  $\gamma$  koeficijent zapreminskog širenja tečnosti.

Širenje tečnosti pri zagrevanju može se prikazati pomoću staklenog balona, napunjenog tečnošću, kroz čiji je

zapušač provučena staklena cevčica (sl. 63.10). Kada se balon



Sl. 63.10

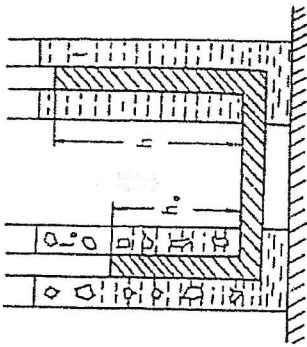
zagreva uočiće se podizanje vode u cevčici. Kako se pri ovom zagrevanju širi i balon, to u ovakvim slučajevima važnu ulogu igra razlika zapreminskog koeficijenta širenja tečnosti ( $\gamma_t$ ) i materijala od kojeg je napravljen balon ( $\gamma_b$ ). Ako je  $\gamma_t > \gamma_b$  nivo tečnosti će se penjati u cevčici pri zagrevanju. Kada je  $\gamma_t < \gamma_b$  nivo tečnosti u cevčici će se spuštati. U graničnom slučaju, kada je  $\gamma_t = \gamma_b$  nivo tečnosti u cevčici se neće pomeriti. Kada se tečnost u balonu zagreje do neke temperature  $t$ , onda će njena zapremina porasti prema (63.15) na  $V_t = V_0(1 + \gamma_t t)$ , a zapremina balona na  $V_b = V_0(1 + \gamma_b t)$ . Ako je  $\gamma_t > \gamma_b$ , prividno povećanje zapremine iznosi

$$V_t - V_b = V_0(\gamma_t - \gamma_b)t \quad (63.16)$$

gde je  $\gamma_t - \gamma_b$  prividni koeficijent širenja tečnosti. Prema (63.16) sledi da merenjem razlike  $V_t - V_b$  može da se odredi koeficijent širenja neke tečnosti  $\gamma_t$  ako je poznat koeficijent  $\gamma_b$  za materijal balona.

Kako je promena zapremine tečnih tela pri zagreva-

nju znatno veća nego kod čvrstih-tela, Dillon<sup>3</sup> i Peti<sup>4</sup> dali su jednu metodu za određivanje širenja tečnosti kod koje ne dolazi u obzir širenje suda. Tečnost čiji se koeficijent određuje stavlja se u U-cev čiji se kraci nalaze u vodenim kupatilima (sl. 63.11). Ako je temperatura u oba kupatila ista tečnost će po zakonu o spojenim sudovima stajati na istom nivou u oba kraka. Kad se desno kupatilo zagreva, tečnost se u tom kraku U-cevi širi (njena zapreminska masa postaje manja) tako da će biti na višem nivou od nivoa tečnosti u cevi nezagrejanog kupatila. Ako visina nivoa levo i desno obeležimo sa  $h_0$  i  $h$ , računajući od horizontalnog dela U-cevi, mora biti po zakonu o spojenim sudovima



Sl. 63.11

$$\rho_0 h_0 = \rho h \quad (63.17)$$

gde je  $\rho_0 = m/V_0$  zapreminska masa na  $0^\circ\text{C}$ , a  $\rho = m/V$  zapreminska masa na temperaturi  $t$ . Stavljajući u izraz (63.15)  $V_0 = m/\rho_0$  i  $V = m/\rho$  i kombinujući sa (63.17) dobija se

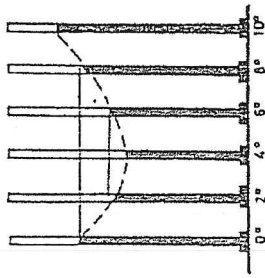
$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{h_0}{h} = \frac{1}{1 + \gamma_t} \quad (63.18)$$

Merenjem  $h_0$ ,  $h$  i  $t$  može se iz (63.18) odrediti  $\gamma_t$ , a da širenje balona pri tome nema nikakvog uticaja.

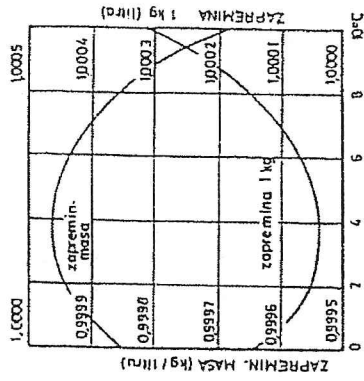
Pojava da se tela pri zagrevanju šire, a pri hlađenju skupljaju ne važi u potpunosti za vodu. Zbog toga je zanimljivo uočiti anomalno ponašanje vode. U temperaturnom području od  $0^\circ$  do  $4^\circ\text{C}$  zapremina vode smanjuje se sa porastom temperature (sl. 63.12). To znači da je koeficijent zapreminskog

<sup>3</sup> Pierre Louis DuLong (1768-1838) i Marie-Therese Petitt (1791-1820), francuski fizičari, proučavali su masenu koeficijent toplote tela i toplotne tela.

širenja vode u tom temperaturnom području negativan. Iznad  $4^\circ\text{C}$  voda se zagrevanjem širi. Prema tome, najveća zapreminska masa vode je pri  $4^\circ\text{C}$ . Iz tog razloga jezera i reke lede se na površini, a ne na dubini. Na slici 63.13 prikazana je grafička



Sl. 63.12



Sl. 63.13

zavisnost promene zapremine i zapremanske mase sa temperaturama.

### 63.6. Širenje gasova pri zagrevanju

Kod gasova kao i kod tečnosti može se govoriti samo o zapreminskom širenju. Kako se kod gasova pri promeni zapremine menja i pritisak, to se kod ispitivanja širenja gasova mora pratiti ne samo temperatura i zapremina, već i pritisak. Tako su širenja pri stalnom i promenljivom pritisku različita, te ih opisuju različiti fizički zakoni.

Promenu zapremine pri konstantnom pritisku pokazujemo pomoću sledećeg ogleada. U balonu (sl. 63.14) se nalazi vazduh pod atmosferskim pritiskom i odvojen je od spoljašnjeg vazduha jednom kapi žive, koja se u početku nalazi u položaju 1. Gas u balonu se pri likom zagrevanja širi, te se kupa žive iz položaja 1 premesti u položaj 2. Pri tome je pritisak gasa u balonu ostao nepromenjen. Zapremina gasa se zagrevanjem po-



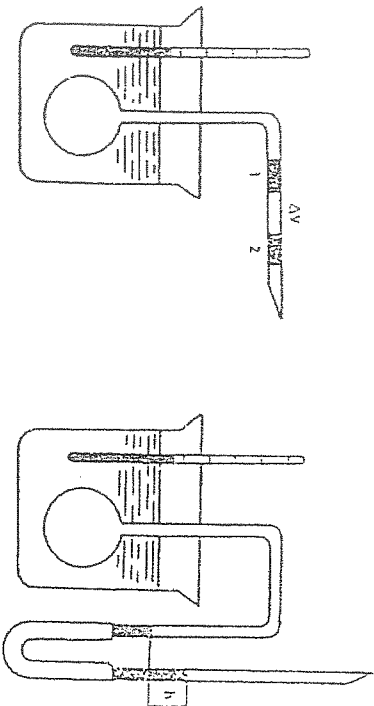
većala za  $\Delta V$ , te se može napisati da je

$$V_t = V_0(1 + \gamma t) \quad (63.18)$$

gde je  $V_0$  zapremina na temperaturi  $0^\circ\text{C}$ , a  $V_t$  zapremina na temperaturi  $t^\circ\text{C}$ . Velicina  $\gamma$  zove se *zapreminski koeficijent širenja* i za sve gasove ima približno istu vrednost koja iznosi

$$\gamma = \frac{1}{273,15} = 0,00366040^\circ\text{C}^{-1} \quad (63.19)$$

Na osnovu (63.19) može se reći da svi gasovi pri povećanju te-



Sl. 63.14

Sl. 63.15

mpertature za  $1^\circ\text{C}$  povećaju svoju zapreminu za  $1/273$  deo one zapremine koju ima na  $0^\circ\text{C}$ .

Promena pritiska pri konstantnoj zapremini može se pokazati pomoću aparature prikazane na slici 63.15.

Gas se nalazi u balonu koji je spojen sa otvorenim živinim manometrom, čiji su kraći spojeni gumenim crevom tako da se desni krak može dizati i spuštati. Na početku merenja živa u oba manometarska kraka stoji na istoj visini. Zagrevanjem vode u sudu istovremeno se zagreva i gas u balonu usled čega se pritisak gasa povećava, što se manifestuje izdizanjem žive za  $h$  u desnom kraku manometra. Dijući desni krak može se podesiti da živa stoji u levoj cevi uvek na istoj visini kako

bi zapremina gasa ostala nepromenjena. Pri tome gas u balonu nije više pod početnim atmosferskim pritiskom  $p_0$  nego pod pritiskom  $p_0 + h$ , gde je  $h$  razlika visine živinog stuba u manometru koja odgovara povećanju pritiska  $\Delta p$ . Ovo povećanje pritiska  $\Delta p$  pri onstantnoj zapremini srazmerno je temperaturi, te se može izraziti kao

$$p_t = p_0(1 + \gamma t) \quad (63.20)$$

gde je  $p_0$  pritisak gasa na  $0^\circ\text{C}$ , a  $p_t$  pritisak istog gasa na temperaturi  $t^\circ\text{C}$ , a  $\gamma$  termički koeficijent pritiska. Koeficijent  $\gamma$  ima praktično istu vrednost ( $1/273$ ) kao i koeficijent zapreminskog širenja.

Relacija (63.18) i (63.20) predstavljaju Gej-Lisakov zakon, koji se može formulisati i ovako: *svi gasovi imaju istu termičke koeficijent  $\gamma$ .*

#### 63.7. Prenosjenje toplote

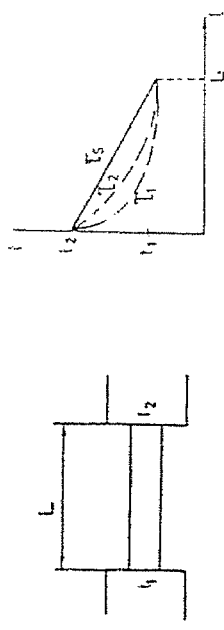
U prirodi se toplota stalno prenosi sa jednog mesta na drugo. Taj prelaz toplote odvija se spontano sa jednog tela na drugo i to sa toplijeg na hladnije, tim brže što je veća razlika temperature između dva tela. Toplotno zračenje je nevidljivo za naše oko, ali se može osetiti njegovo dejstvo. Pri analizi procesa prenošenja toplote mogu se uočiti tri prinačipijelno različita načina: provodjenje, konvekcija (strujanje) i zračenje.

##### a. Provodjenje toplote

Ako se jedan kraj nekog tela zagreva, može se na drugom kraju tela izmeriti porast temperature. Taj porast nije jednak za sva tela. Za metalna tela je povećanje temperature nezagrevanog kraja veoma primetno, dok je za staklo i drvo, na primer, ovaj efekat znatno manji.

Znači, možemo razlikovati materijale koji dobro provode toplotu (toplota provodnici) i one koji slabo provode toplotu (toplota izolatori). Kod ovog mehanizma prenošenja toplote ne pomeraju se delovi tela, već se prenošenje toplote

ostvaruje interakcijom delića koji vrše termičko kretanje. Po-  
kušaćemo da ovu pojavu opišemo kvantitativno. Posmatraćemo štap  
dužine L i preseka S, pri čemu ćemo jedan kraj štapa spojiti  
sa telom temperature  $t_2$ , a drugi sa telom temperature  $t_1$  (gde  
je  $t_1 < t_2$ ), kako je to prikazano na slici 63.16.



Sl. 63.16

Ako nizom termometara merimo raspodelu temperature  
duž štapa, dobićemo zavisnot koja je grafički prikazana na sli-  
ci 63.17. Na toj slici je predstavljena raspodela temperatura  
u funkciji od vremena  $\tau$ . Do vremena  $\tau_0$  temperatura će se na  
svakom mestu  $x$  menjati. Posle vremena  $\tau_0$  temperature se usta-  
ljuju i štap prelazi u stacionarno toplotno stanje. Količina  
toplote koja prodje kroz štap u jedinici vremena iznosi

$$\frac{dQ}{d\tau} = - \lambda S \frac{dt}{dx} \quad (63.21)$$

gde je  $\lambda$  koeficijent toplotne provodljivosti, a  $dt/dx$  je gradijent  
temperature.

Koeficijent toplotne provodljivosti zavisi od vr-  
ste materijala i veoma malo se menja sa temperaturom. Meri se  
u jedinicama  $[W/smK]$ . Koeficijent toplotne provodljivosti za  
razne materijale dat je u sledećoj tablici:

MATERIJAL	$\lambda$ u $[kJ/m^2K]$
živa	0,84
olovo	3,5
čelik	5,03
aluminijum	20,5
bakar	38,4
srebro	40
drvo	0,004-0,012
vuna	0,004
pluta	0,004
razne čvrste materije	0,063
cigla	0,084
beton	0,084
staklo	0,084
led	0,17
argon	0,0016
kiseonik	0,0023
vazduh	0,0024
vodonik	0,014
helijum	0,014

U stacionarnom stanju temperatura se menja linear-  
no duž šipke, te je

$$\frac{dt}{dx} = \frac{t_2 - t_1}{L} \quad (63.22)$$

pa je u stacionarnom stanju, provedena količina toplote

$$\Delta Q = \lambda S \frac{t_2 - t_1}{L} \Delta \tau \quad (63.23)$$

b. Prenošenje toplote konvekcijom

Zagrejana voda u kotlu centralnog grejanja prenosí  
toplotu tako da se sama pokreće po cevima i rebrima radijatora  
Takav način prenošenja toplote, pri čemu se toplota prenosi

pokretanjem toplog materijala (fluida), zove se konvekcija ili strujanje. Razlikujemo prirodnu konvekciju, pri kojoj se topli materijal kreće sam od sebe zbog razlike u zapreminskoj masi i prisilnu konvekciju, pri kojoj se materijal prisilno kreće, na primer, delovanjem pumpe i sl. Očito je da je konvekcija toplote moguća samo kod fluida.

Matematička teorija toplote konvekcije nije jednostavna i izlazi iz okvira ovog udžbenika. Konvekcija toplote između površine jedne određene temperature  $t_1$  i fluida druge temperature  $t_2$  koji je dodiruje zavisi od niza faktora, na primer:

- da li je površina ravna ili zakrivljena,
- da li je površina horizontalna ili nije (utvara gravitacije),
- od zapreminske mase, viskoznosti, masene količine toplote i toplote provodljivosti fluida koji dodiruje površinu,
- da li je proticanje fluida laminarno ili turbulentno, itd.

U praksi konvekciju toplote izračunavamo tako da koeficijent konvekcije  $h$  definišemo jednačinom

$$q = hS\Delta t \quad (63.24)$$

gde  $q$  predstavlja toplotu koju površina  $S$  dobije ili izgubi konvekcijom u jedinici vremena ako između površine i konvekcionog fluida vlada razlika u temperaturi  $\Delta t$ . Velicina  $q$  (prenos toplote kroz datu površinu u jedinici vremena) naziva se još i struja toplote konvekcije. Teorijske teškoće proračuna konvekcije svode se sada na proračun, odnosno na eksperimentaino utvrđivanje koeficijenta  $h$ . Njegova vrednost, na primer, za konvekciju strujanjem vazduha pri atmosferskom pritisku kroz horizontalnu ploču (strujanje prema gore) iznosi  $1,5 \cdot 10^{-3} (\Delta t)^{1/4}$ , dok na primer, za vertikalnu ploču iznosi  $1,75 \cdot 10^{-3} (\Delta t)^{1/4}$ . Za vertikalnu ili horizontalnu cev prečnika  $D$  koeficijent  $h$  iznosi  $4,2 \cdot 10^{-3} (\Delta t/D)^{1/4}$ . U svim prethodnim slučajevima dimenzija koeficijenta  $h$  iznosi  $\text{kJ}/\text{cm}^2\text{K}$ .

Primer: Dana u sobi vladaju temperatura od  $15^\circ\text{C}$ , a na otvorenom  $-15^\circ\text{C}$ . Koliko će toplote prenese voda jedinicom površine stakla kroz prenos toplote? Toplota provodljivost stakla je  $0,75 \text{ W}/\text{cm}^2\text{K}$ .

Lako možemo uočiti da temperaturna razlika između obe strane stakla nije  $40^\circ\text{C}$ , nego znatno manja. Šta više, kolikim će delom hladnog dara unutrašnju i spoljašnju stranu stakla odvojiti, odnosno da su njihove temperature podjednake. Pretpostavimo, na primer, da je temperaturna stakla konstantna, a da je koeficijent toplote  $h$  jednaka (b) provodjenju toplote kroz staklo. (c) konvekcija toplote u spoljnoj atmosferi jednaka. Ako je temperaturna stakla  $t = (15^\circ - 15^\circ)/2 = 0^\circ\text{C}$ , tada je temperaturna razlika između stakla i vazduha u sobi i izvan nje jednaka i iznosi  $20^\circ\text{C}$ . Koeficijent konvekcije toplote  $h$  u ova slučajeva je

$$h = 1,75 \cdot 10^{-3} (20)^{1/4} \text{ kJ}/\text{cm}^2\text{K} \\ = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ kJ}/\text{cm}^2\text{K}$$

Pomoću jednačine (63.24) dobije se količina toplote prenesena na jedinici površine ( $\text{m}^2$ ) u toku jedne sekunde:

$$q/S = 3,7 \cdot 10^{-3} \cdot 20 = 74 \cdot 10^{-3} \text{ kJ}/\text{cm}^2$$

Kod tako hladnog dana hipotetički zatvoren prozor površine  $1 \text{ m}^2$  preda konvekcijom okolnoj atmosferi oko  $265 \text{ kJ}$  na sat.

Zanimljiviji konvekciji razni vetrovi u atmosferi prenose toplotu vazduha sa jednog na drugo mesto Zemljine površine. Kod okeana i mora Golfskom strujom prenosi se toplota sa ekvatora na velike daljine površinskim strujanjem morske vode, dok se sa druge strane, hladna voda kreće po dnu okeana i mora u suprotnom smeru. Rashladjivanje reka, jezera i mora putem prirodne konvekcije vode postroji samo iznad temperature od  $4^\circ\text{C}$ . Usled anomaliju termičkog širenja vode (sl. 63.12) se izdizanje toplije vode (vode manje zapreminske mase) na površinu zaustavlja kada se voda ohladi na  $4^\circ\text{C}$ . Na toj temperaturi zapreminska masa vode je maksimalna. Zbog toga sloj vode te temperature

ostaje na dnu a gornji slojevi nastavljaju da se hlade. Ovak proces traje dok se gornji sloj vode ne zaledi. Tada ledena kora kao toplinski izolator znatno usporava brzinu hladjenja. Ovak fenomen omogućuje život u vodi i pri veoma niskim temperaturama.

### c. Zračenje

Poznato je da se toplota razmenjuje i između dva tela koja su izolovana bezvazdušnim prostorom - vakuumom. U ovom slučaju se toplota prenosi zračenjem. Toplotno zračenje je vid elektromagnetnog zračenja i ima talasnu prirodu. Pri haotičnom kretanju molekuli materije jedan deo svoje energije zrače u vidu toplotnog zračenja. Izračena toplotna energija ne zavisi samo od temperature tela, već i od drugih fizičkih osobina površine tela.

Ukupna energija  $W_u$  koja pada na površinu tela se delimično apsorbuje ( $W_a$ ), delimično reflektuje ( $W_r$ ) i delimično prodje kroz telo ( $W_t$ ), ta prema zakonu održanja energije važi

$$W_u = W_a + W_r + W_t \quad (63.25)$$

ili

$$\frac{W_a}{W_u} + \frac{W_r}{W_u} + \frac{W_t}{W_u} = 1$$

Uvođenjem koeficijenta apsorpcije  $a$ , koeficijenta refleksije  $r$  i koeficijenta propuštanja (transparencije)  $t$  definisane kao

$$a = \frac{W_a}{W_u}; \quad r = \frac{W_r}{W_u}; \quad t = \frac{W_t}{W_u} \quad (63.26)$$

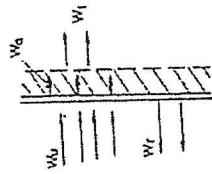
biće

$$a + r + t = 1 \quad (63.27)$$

Koeficijenti  $a$ ,  $r$  i  $t$  u jednačini (63.27) kod jednog tela zavise od temperature  $T$  i talasne dužine  $\lambda$ .

Ako površinski sloj materijala koji emituje, odnosno apsorbuje, odvojimo zamišljenom površinom (sl. 63.18), zakon (63.25) možemo primeniti i na unutrašnju stranu površinskog sloja, te odavde možemo zaključiti da površina koja najbolje apsorbuje zračenje i najbolje emituje zračenje. Zbog toga je

relativna emisiona sposobnost tela  $\epsilon$  jednaka koeficijentu apsorpcije  $a$ .



Telo za koje je  $a = 1$ ,  $r = 0$  i  $t = 0$  naziva se apsolutno crnim telom jer apsorbuje sve zračenje. Telo za koje je  $r = 1$ ,  $a = 0$  i  $t = 0$  odbija (reflektuje) svu toplotu koja na njega nailje. To telo se naziva apsolutno belim telom. Ako je  $t = 1$ ,  $a = 0$  i  $r = 0$  onda je telo apsolutno termopropustljivo ili dijametrično.

Sl. 63.18

Ukupna emisiona moć crnog tela je data Stefan-Bolzmanovim zakonom.

$$W_{ec} = \sigma T^4 \quad (63.28)$$

gde je  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$  tzv. Stefan-Bolzmanova konstanta.

Emisiona moć bilo kojeg tela se može napisati u obliku

$$W_e = \epsilon \sigma T^4 \quad (63.29)$$

gde je  $\epsilon$  relativna emisiona sposobnost tela i zavisi od strukture njegove površine i može biti između 0 i 1,  $0 < \epsilon < 1$ .

Znajući za ove zakone emisije toplotnog zračenja ispitamo razmenu toplotne energije između dve površine kod je se nalaze na temperaturama  $T_1$  i  $T_2$  (sl. 63.19).

Energija koja pada u jedinici vremena na jedinicu površine (2) se može (zanemarujući transparenciju) napisati u

\* *Josef Stefan (1835-1893), slovenački fizičar, profesor na Sveučilištu u Beču. Eksperimentalno je otkrio zakon zračenja crnog tela.*

\*\* *Ludwig Boltzman (1844-1906), austrijski fizičar, jedan od najznačajnijih naučnika epohe koja je pretvorila kvantnu fiziku. Značajan je po radovima o kinetičkoj teoriji gasova.*

objliku

$$W_1 = \epsilon_1 \sigma T_1^4 + \sigma T_2^4 \quad (63.30)$$

Slično je energija koja pada na površinu (2) data

SA

$$W_2 = \epsilon_2 \sigma T_2^4 + \sigma T_1^4 \quad (63.31)$$

znaci, brzine pre-

nošenja toplote energije iz-  
među ove dve površine je

$$W_2 - W_1 =$$

$$(63.32)$$

$$= \sigma (T_2^4 - T_1^4) \cdot f(\epsilon_1, \epsilon_2)$$

gde je  $f$  funkcija emisivnih  
moći koju nismo napisali eksplicitno.

Prema Stefan-Bolcmanovom zakonu količina emitovane toplote energije raste veoma brzo s temperaturom. Tako, na primer, blok bakra pri 1000°C (373 K) emituje odprilike 0,03 vata sa svakog cm<sup>2</sup> svoje površine. Već pri temperaturi od 5000°C (773 K) svaki cm<sup>2</sup> emituje 0,5 vata, a kod 10000°C (1273 K) čak 4 vata. Ova izračena energija po pravilu je mešavina velikog broja talasnih dužina. Medjutim, za svaku temperaturu postoji određena talasna dužina  $\lambda_m$  oko koje se emituje najveći deo energije. Ta je talasna dužina obrnuto proporcionalna temperaturi, što je dato tzv. Vinovim zakonom

$$\lambda_m T = \text{const.} \quad (63.33)$$

prednost konstante zavisi od izbora jedinica. Za  $\lambda$  u santimetrima, a  $T$  u K, vrednost konstante iznosi 0,5099 cmK. Iz toga proizilazi da se, na primer, pri temperaturi 3000°C najviše energije emituje sa talasnom dužinom od oko 9·10<sup>-4</sup> cm (9μ), što je znatno ispod vidljive svetlosti (0,4 μ-0,8 μ), dakle u području infracrvene svetlosti.

\* **Wilhelm Wien (1864-1928)**, nemački fizičar. Za radove iz termodinamike i teorije zračenja dobio je Nobelovu nagradu 1911.

I Stefan-Bolcmanov i Vinov zakon posledica su opšteg Plankovog zakona zračenja, koji ćemo proučavati na drugom mestu.

4. Njutnov zakon hlađenja

Ako razlika u temperaturi tela  $t$  i okoline  $t_g$  nije velika (provodjenje se sveđe na najmanju meru, a prenos toplote vrši konveksijom) brzina kojom telo gubi toplotu, tj. brzina kojom mu se smanjuje temperatura linearno je zavisna od razlike  $t - t_g$ . Po je uočio Njutn  $t - t_g$  ovaj zakon po njemu i zove.

Matematički se ovaj Njutnov empirijski zakon hlađenja može napisati u obliku

$$\frac{dt}{dt} = -k(t - t_g) \quad (63.34)$$

odakle se integracijom dobija

$$\ln(t - t_g) = -kt + C \quad (63.35)$$

Ako u (63.35) uvrstimo početni uslov da je za  $t = 0$ ,  $t = t_0$  (početna temperatura tela), dobijamo za konstantu integracije vrednost

$$C = \ln(t_0 - t_g) \quad (63.36)$$

pa zakon hlađenja u konačnom obliku glasi

$$t = t_g + (t_0 - t_g) \cdot e^{-kt} \quad (63.37)$$

## II KINETIČKA TEORIJA TOPLOTE

6h.1. Atomsko-molekulski sastav materije

Počev od 18. veka, zahvaljujući uglavnom razvoju eksperimentalnih metoda hemije i fizike, došlo se do niza otkrivanja (Braunovo kretanje, difuzija, Daltonov i Faradejev zakon), koja su ukazivala na to da se materija sastoji od delića koji

\* **Max Planck (1858-1947)** Nobelovac, jedan od osnivača kvantne mehanike

je molarna ili molska masa  $M$  te supstance

$$M = \frac{m}{n}$$

Jedinica za molarnu masu je  $\text{kg/mol}$  ili  $\text{kgmol}^{-1}$ . U upotrebi je i decimalna jedinica  $\text{g mol}^{-1}$ . Tako je molarna masa kiseonikovih atoma (atom kiseonika-jedinica  $O$ )  $15,999 \text{ g mol}^{-1}$  ili  $15,999 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$  ili  $15,999 \text{ kg kmol}^{-1}$ . Isto tako, molarna masa kiseonikovih molekula (molekul kiseonika-jedinica  $O_2$ ) je  $2 \cdot 15,999 \text{ g mol}^{-1}$  ili  $2 \cdot 15,999 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$  ili  $2 \cdot 15,999 \text{ kg kmol}^{-1}$ .

Ako se uzme bilo koji element u količini čija je masa jednaka molskoj masi ona će sadržati isti broj elementarnih jedinica (atoma, molekula, jona, elektrona itd.). Taj broj se naziva Avogadrov broj i označava se obično sa  $N_A$ . Njegova vrednost, određena različitim eksperimentalnim metodama, iznosi

$$N_A = (6,022045 \pm 0,000031) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad (64.1)$$

Koliko je velik ovaj broj ilustriravamo sledećim primerom. Jedan mol zrna pirinča mogao bi prekriti površinu Zemlje slojem debljine od 30 m. Ili, ukoliko se jedan mol ( $N_A$  molekula) supstance ravnomerno rasporedi po celoj Zemljinj površini, onda bi na svaki  $\text{cm}^2$  došlo oko  $10^4$  molekula. Obzirom na veoma male mase  $\nu$  atoma i molekula one se obično ne izražavaju u  $\text{kg}$  već preko atomske masene jedinice  $u$  definisane kao

$$1 u = (10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}) / N_A = 1,660565 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \quad (64.2)$$

ili

$$1 u = (1 \text{ g mol}^{-1}) / N_A = 1,660565 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

Masa jednog atoma  $\nu_a$  odnosno molekula  $\nu_m$  može se dobiti množenjem relativne atomske ili molekulske mase sa atomskom masenom jedinicom, tj.

$$\nu_a = A_r u \quad \text{ili} \quad \nu_m = M_r u \quad (64.3)$$

<sup>6</sup> Imeodao Avogadro do Quarageta (1776-1856), italijski fizičar, profesor u Torinu. Iyao pojam molekula.

su u zemaljskim uslovima stabilni. Ovim delićima koji predstavljaju najmanje karakteristične delove hemijski različitih oblika materije antički filozof Demokrit dao je ime atom. Otkriće činjenice da materija nije kontinuirana, već da se sastoji od diskretnih delova, koji odredjuju karakteristike makrofizičke celine, pokrenula je razvoj saznanja o strukturi materije. Značajujući razgranatum istraživanjima u hemiji pokazano je da ogroman broj različitih oblika materije, koje srećemo na Zemlji, nastaje vezivanjem svega oko stotunak vrsta atoma u molekule, koji su u zemaljskim uslovima takodje stabilni, ali daleko manje stabilni od atoma.

Posle određivanja tačnih relativnih atomskih<sup>7</sup> i molekularnih<sup>8</sup> masa pojedinih atoma i molekula, postavilo se pitanje jedinice za količinu supstance sa kojom se radi. Jasno je da se ne može računati sa pojedinačnim atomima ili molekulima, već sa mnoštvom atoma, molekula ili jona. Zbog toga je predloženo da se za osnovnu jedinicu za količinu supstance uzme mol. Mol je količina supstance (gradića) sistema koji sadrži toliiko elementarnih jedinica koliko ima atoma u 0,012 kilograma izotopa ugljenika C-12. Kad se upotrebljava mol, elementarne jedinice se moraju navestii to mogu biti atomi, molekuli, joni, elektroni itd., ili pak definisane (odredjene) skupine takvih čestica.

Neka se u masi  $m$  određene supstance nalazi količina (mnoštvo) od  $n$  molova definisanih (određenih) jedinica te supstance. Količnik između mase supstance  $m$  i broja molova  $n$

<sup>7</sup> Relativna atomska masa ( $A_r$ ) je računatvan broj, koji pokazuje koliko je puta prosečna masa atoma nekog elementa veća od jedinog atoma izotopa ugljenika C-12. Masa jednjaka 1/12 mase atoma C-12 uoia se atomna masa jednjaka. Označava se sa  $u$ , a ima vrednost  $u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ . Relativna atomska masa može se određiti is odnosa mase atoma  $\nu$  tog elementa i atomske mase jednjake:  $A_r = \nu / u$ . Odnos je masa jednjak atoma  $\nu_a = A_r \cdot u$ . Prosečna masa atoma nekog elementa predstavljia srednju vrednost mase atoma razmatra izotopske smese koja se u prirodi nalazi.

<sup>8</sup> Relativna molekulska masa ( $M_r$ ) je računatvan broj koji pokazuje koliko je puta prosečna masa nekog molekula veća od 1/12 mase atoma ugljenikovog izotopa C-12. Na osnovu ove definicije je  $M_r = \nu_m / u$ . Odnos je masa molekula  $\nu_m = M_r \cdot u$ .

Za određenu vrstu supstance, odnosno vrstu jedinici molarne masa M, izražena u jedinicama g/mol ili kg kmol<sup>-1</sup> je konstantna veličina, a brojno jednaka relativnoj atomskoj masi A<sub>r</sub>, odnosno relativnoj molekularnoj masi M<sub>r</sub>, tj.

$$M(\text{g mol}^{-1}) = A_r \text{ odnosno } M(\text{kg mol}^{-1}) = M_r$$

Zamenom A<sub>r</sub> i M<sub>r</sub> u (64.3) sa M sledi da se masa atoma ili molekula može izračunati preko izraza

$$\mu_a = M_u \text{ ili } \mu_m = M_u \quad (64.4)$$

Tako, na primer, za atom vodonika (H) relativna atomska masa iznosi A<sub>r</sub> = 1,008, a molska masa je M = 1,008 g/mol = 1,008 kg kmol<sup>-1</sup>, pa je masa atoma vodonika prema (64.3)

$$\mu_a = A_r u = 1,008 \cdot 1,660565 \cdot 10^{-27} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

a prema (64.4)

$$\mu_a = M_u = 1,008 \cdot 1,660565 \cdot 10^{-27} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Za molek. vodonika (H<sub>2</sub>) relativna molekulska masa iznosi M<sub>r</sub> = 2,016 a molska masa je M = 2,016 g/mol = 2,016 kg kmol<sup>-1</sup> pa je masa molekula vodonika prema (64.3) i (64.4)

$$\mu_m = M_r u = 2,016 \cdot 1,660565 \cdot 10^{-27} = 3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\mu_m = M_u = 2,016 \cdot 1,660565 \cdot 10^{-27} = 3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Ako uzmemo m grana neke supstance i ako je njena molska masa, onda će broj molova n koji se nalazi u masi m biti

$$n = \frac{m}{M}$$

Može se pokazati da mol bilo kojeg gasa pri normalnim uslovima (t = 273 K i p = 101 325 Pa) zauzima istu zapreminu i da je kod svih gasova ista. Tako, na primer, znači da 1 mol molekula (1 mol) ima masu za H<sub>2</sub> od m = 2,016 · 10<sup>-3</sup> kg i zapreminski masu pri normalnim uslovima p = 0,08987 · 10<sup>-3</sup> kg/dm<sup>3</sup>, a za azot (N<sub>2</sub>) m = 28,00 · 10<sup>-3</sup> kg i p = 1,2505 kg/dm<sup>3</sup> daje preko relacije p = m/V tražene zapremine

$$\text{za vodonik: } V = \frac{m}{\rho} = \frac{2,016 \cdot 10^{-3}}{0,08987 \cdot 10^{-3}} = 22,4 \text{ dm}^3 = 22,4 \text{ l}$$

$$\text{za azot: } V = \frac{m}{\rho} = \frac{28,00 \cdot 10^{-3}}{1,2505 \cdot 10^{-3}} = 22,4 \text{ dm}^3$$

Iste vrednosti, 22,4 dm<sup>3</sup>, dobili bismo i za druge gasove. Dakle, mol ma kog gasa pri normalnim uslovima zauzima zapreminu od 22,4 dm<sup>3</sup> (ili 22,4 l). Tu zapreminu obeležavamo sa V<sub>0</sub> i nazivamo molarom zapreminom i njena tačna vrednost iznosi

$$V_0 = 22,415 \text{ dm}^3 = 22415 \text{ cm}^3 = 22,415 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \quad (64.5)$$

Pri normalnim uslovima u jedinici zapremine bilo kog gasa uvek imamo

$$L = \frac{M}{V_0} = \frac{6,022 \cdot 10^{23}}{22415} = 2,7 \cdot 10^{19} \text{ molekula/cm}^3$$

Broj L naziva se Losmitovim brojem.

Kako je većina gasova u molekularnom stanju, izuzav plemenitih (He, Ne, Kr, Ks, Ar i dr.) koji su u atomskom stanju, to ćemo pod nazivom molekuli podrazumevati, ukoliko to drugačije nije naglašeno i atome (jednoatomski molekuli).

### 64.2. Osnovne pretpostavke kinetičke teorije toplote

U osnovi kinetičke teorije toplote leže sledeće pretpostavke:

- a. Sva tela se sastoje od ogromnog broja stabilnih malih deliца (molekula).
- b. Molekuli se u telima stalno kreću. Ovo kretanje je neuredjeno (haotično) i na njega se može uticati samo promenom temperature tela. Ovakvo kretanje molekula se naziva termičkim kretanjem. Na postojanje termičkog kretanja molekula ukazuju makroskopske pojave, kao što je širenje gasa po celoj zapremini zatvorenog suda, kretanje molekula vazduha u atmosferi i pored stalnog dejstva gravitacione sile, itd. Termičko kretanje molekula u tečnostima je otkrio botaničar Braun posredstvom...

\* Robert Brown (1773-1858), škotski botaničar.

matrazući pod mikroskopom polenov prañ suspendovan u tečnosti. Po njemu je ovo kretanje, koje nastaje zbog udara molekula tečnosti u suspendovane deliće, nazvano Braunovim kretanjem. U čvrstom agregatnom stanju se termičko kretanje ogleda u oscilacijama međjusobno vezanih molekula oko ravnotežnog položaja.

c. Između molekula vladaju sile koje zavise od tipa molekula i od međumolekularnog rastojanja. Kvalitativne razlike između materije u raznim agregatnim stanjima (gasovito, tečno, čvrsto) mogu se objasniti time što intenzitet međumolekularne sile zavisi od rastojanja među molekulima.

#### 64.3. Idealni gas. Jednačina stanja idealnog gasa

U gasovitom agregatnom stanju su rastojanja između molekula velika, pa je dejstvo međumolekularnih sila zanemarljivo. To znači da se veliki broj fizičkih osobina gasova može objasniti prostom pretpostavkom da se molekuli različitih gasova razlikuju samo po masama. Ovo je razlog zbog kojeg je kinetička teorija veoma jednostavno mogla uspešno da objasni mnoge osobine materije u gasovitom stanju.

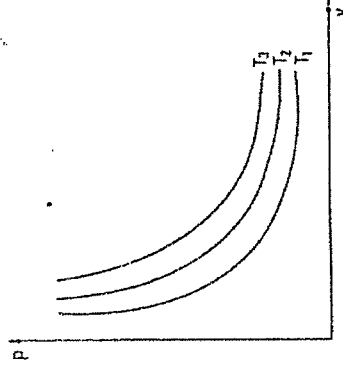
Osnovne zakonitosti ponašanja gasova se mogu najjednostavnije dokazati ako se pretpostavi da se opisuje tzv. idealni gas. Pod tim pojmom se podrazumeva gas koji se sastoji od velikog broja delića čija je zapremina zanemarljiva u odnosu na zapreminu gasa i koji međjusobno interaguju samo elastičnim sudarom.

Pri niskim pritiscima i visokim temperaturama svi gasovi se mogu smatrati idealnim. Eksperimentalnim ispitivanjem gasova pri ovakvim uslovima, otkriveni su sledeći zakoni:

1. Bojll-Mariotov zakon. Pri konstantnoj temperaturi, zapremina date količine gasa koja je određena brojem molekula  $n$ , je obrnuto proporcionalna pritisku čiji je proizvod iz pritiska i zapremine određena količina gasa pri stalnoj temperaturi je konstantna, tj.

$$pV = const. \quad (\text{za } n = const. \text{ i } t = const.) \quad (64.6)$$

Ova definicija predstavlja Bojll-Mariotov zakon. Matematički jednačina (64.6) predstavlja u tzv. p-V dijagramu jednakostranu hiperbolu (sl. 64.1). Vrednost konstante u jednačini (64.6) zavisi od temperature.



Sl. 64.1

ke i zapreminu, zadržavajući pri tome istu temperaturu. Kriva koja prikazuje takav proces zove se izoterma.

2. Gej-Lisekovi zakoni. Zavisnost zapremine od temperature pri konstantnom pritisku i pritiska od temperature pri konstantnoj zapremini date količine gasa određena je Gej-Lisekovim zakonima (koje smo već spomenuli u 63.5):

a. Zapremina date količine gasa pri stalnom pritisku p izmenjuje se sa temperaturom, tj.

$$V = V_0(1 + \gamma t) \quad (\text{pri } n \text{ i } p = const.) \quad (64.7)$$

Robert Boyle (1627-1691), irski fizičar i hemičar; ostim zakonima o stišljivosti gasa otkrio je i ulogu kinetička pri gorenju.

Edmé Mariotte (oko 1620-1684), francuski fizičar.

Joseph Gay-Lussac (1778-1850), francuski fizičar i hemičar. Ovim pomenutih zakona o širenju gasova postavio je i zakone o zapreminskoj spajanju gasova. Eksperimentalno je veriifikovao opadajuće atmosferskog pritiska sa visinom tako da se balonom popeo na visinu od 700 m. Zajedno sa Theodorom Avogadro je da je hlor hemijski element i otkrio je bor.



gde je  $V_0$  zapremina gasa na  $0^\circ\text{C}$ ,  $V$  je zapremina gasa na temperaturi  $t$ , a  $\gamma = 1/273,15$  termički koeficijent širenja gasa. Iz (64.7) sledi da je

$$\gamma = \frac{V - V_0}{V_0 t} = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta t} \quad (64.8)$$

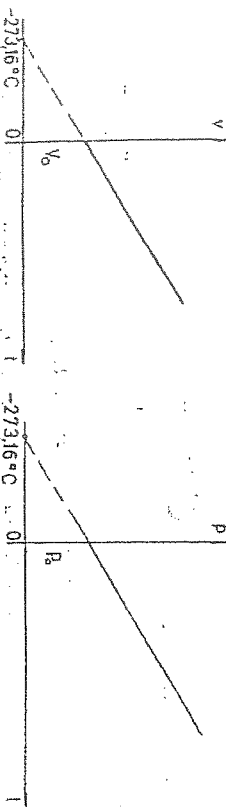
Prema (64.8) proizilazi da svi gasovi pod stalnim pritiskom pri povećanju temperature za  $1^\circ\text{C}$ , povećavaju svoju zapreminu za  $1/273$  deo one zapremine koju je gas imao na  $0^\circ\text{C}$ . Promena stanja gasa koja se vrši pri stalnom pritisku predstavlja izodržni proces ( $p = \text{const.}$ ).

b. Pritisak date količine gasa pri stalnoj zapremini linarno se menja sa temperaturom, tj.

$$p = p_0(1 + \gamma t) \quad (\text{pri } n \text{ i } V = \text{const.}) \quad (64.9)$$

gde je  $p_0$  pritisak gasa na  $0^\circ\text{C}$ ,  $p$  je pritisak gasa na temperaturi  $t$ , a  $\gamma = 1/273,15$  termički koeficijent pritiska. Promena stanja gasa koja se vrši pri stalnoj zapremini predstavlja izohorni proces ( $V = \text{const.}$ ).

Grafički prikaz relacija (64.7) i (64.9) odigledno predstavljaju prave (sl. 64.2. i 64.3.) koje, presecaju u zavisnu osu u tački  $t = -273,15^\circ\text{C}$ . Temperatura od  $-273,15^\circ\text{C}$  predstavlja



Sl. 64.2.

Sl. 64.3.

početak Kelvinske skale, kao što smo rekli u poglavlju 63.2. Gej-lisakovi zakoni delimično nam objašnjavaju zašto je to najniža moguća temperatura. Na osnovu (64.9) vidimo da idealan gas na

ovoj temperaturi ne vrši pritisak na zid suda. Kako je pritisak posledica udara molekula o zidove suda, sledi da se na ovoj temperaturi sastavlja haotično kretanje molekula u prostoru. Prirodna "bezmaslice" koja sledi iz (64.7), da gas na najnižoj temperaturi bude zapreminu posledica je pretpostavke o "idealnom" gasu čiji deljci nemaju zapreminu.

Prema jednačinama (64.6), (64.7) i (64.9) sledi da je stanje gasa određeno sa četiri parametra: količinom gasa  $n$ , temperaturom  $T$ , pritiskom  $p$  i zapreminom  $V$ . Veza između ovih veličina data je u matematičkom obliku

$$f(n, p, V, T) = 0 \quad (64.10)$$

i predstavlja opšti oblik funkcije stanja gasa. Praktično se kod čvrstih i tečnih tela ne uzimaju u obzir svi ovi parametri, ali kod gasova svaka promena jedne od ovih veličina izaziva znatnu promenu drugih. Prema tome, kada se funkcija (64.10) odredi određeni su i zakoni po kojima se ponajčeju gasovi.

Sada ćemo, polazeći od navedenih zakona, izvesti jednadžinu gasnog stanja koja povezuje sva četiri parametra u jedinstveni (64.10).

Reka su  $p_0$  i  $V_0$  pritisak i zapremina određene količine gasa na temperaturi  $0^\circ\text{C}$ . Ako se na toj temperaturi promeni pritisak, od  $p_0$  na  $p$ , onda će se promeniti i zapremina od  $V_0$  na  $V$ . Kako je ova promena izotermička ( $T = \text{const.}$ ) po Bojll-Mariottovom zakonu biće

$$p_0 V_0 = p V \quad (64.11)$$

Zagreje li se sada gas od  $0^\circ\text{C}$  na  $t^\circ\text{C}$ , pri stalnom pritisku  $p$  ( $p = \text{const.}$ ), gas će se širiti te će prema Gej-lisakovom zakonu biti

$$V = V_0(1 + \gamma t)$$

odnosno

$$V = \frac{V_0}{1 + \gamma t} \quad (64.12)$$

Zamenom  $V'$  u jednačini (64.11) dobija se

$$p_0 V_0 = p \frac{V}{1 + \gamma t}$$

odnosno

$$pV = p_0 V_0 (1 + \gamma t) \quad (64.13)$$

Kako je  $\gamma = 1/273,15 = 1/T_0$ , a  $T = 273,15 + t$  izraz (64.13) postaje

$$pV = p_0 V_0 \frac{T}{T_0}$$

ili

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \quad (64.14)$$

Iz izraza (64.14) izlazi da pri promeni stanja određene količine gasa veličina  $pV/T$  ostaje nepromenjena, tj.

$$\frac{pV}{T} = \text{const.} \quad (64.15)$$

odnosno

$$pV = \text{const.} \cdot T \quad (64.16)$$

Vrednost konstante u izrazu (64.16) zavisi od količine gasa.

Ako se uzme 1 mol nekog gasa pri  $p_0 = 101.325 \text{ Nm}^{-2}$ ,  $V_0 = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$  i  $T_0 = 273,15 \text{ K}$  konstanta će imati vrednost

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{101.325 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3}}{273,15} = 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

Prema tome veličina  $p_0 V_0 / T_0$  jednaka je za sve gasove i predstavlja univerzalnu gasnu konstantu. Ta se konstanta obeležava slovom  $R$  i njena tačna eksperimentalna vrednost iznosi

$$R = (8,31441 \pm 0,00026) \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

Sada se za 1 mol bilo kojeg gasa može prema (64.16) napisati jednačina gasnog stanja

$$pV = RT \quad (64.17)$$

odnosno za proizvoljnu količinu od  $n$  molova gasa

$$pV = nRT \quad (64.18)$$

ili

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad (64.19)$$

Jednačina (64.18) poznata je pod imenom Klapejronova\* jednačina stanja idealnog gasa.

64.4. Osnovna jednačina kinetičke teorije gasova.  
Daltonov zakon

Gas koji se nalazi u sudu predstavlja, sa tačke gledišta molekularno kinetičke teorije, skup molekula koji se haotično kreću. U procesu tog kretanja molekuli udaraju o zidove suda. Pri svakom udaru molekul deluje na zid nekom relativno slabom silom koja je normalna na površinu zida suda. Zbog ogromnog broja molekula zidovi suda trpe skoro neprekidno dejstvo npr. relativno velike sile koja je normalna na zidove suda. Ako se obračuna na jedinicu površine zida ova sila će očigledno predstavljati pritisak gasa. Na taj način pritisak gasa je uslovljen toplotnim kretanjem njegovih molekula i pojavljuje se zahvaljujući udarima molekula o zidove suda. Sila udara molekula zavisi od brzine njihovog kretanja, a to znači i od kinetičke energije translatorsnog kretanja molekula. Zbog toga pritisak gasa mora biti funkcija  $f$  srednje kinetičke energije translatorsnog kretanja gasnih molekula  $\bar{E}$ , tj.

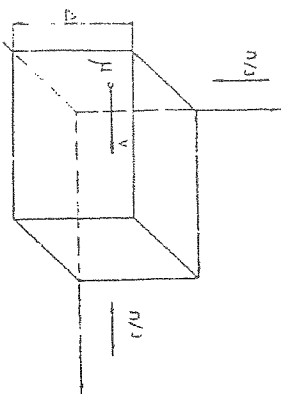
$$p = f(\bar{E}) \quad (64.20)$$

Osnovna jednačina kinetičke teorije idealnog gasa upravo daje zavisnost između pritiska gasa i srednje kinetičke energije translatorsnog kretanja njegovih molekula, tj. daje konkretan oblik funkcije  $f$ . Osnovna jednačina bila je izvedena (u sadašnjem obliku) od strane Klauzijusa\*\* 50-tih godina XIX veka.

\* Dniče Klapejron (1799-1864), francuski fizičar i inženjer, jedan od osnivača termodinamike.

\*\* Rudolf Clausius (1822-1888), nemački fizičar, jedan od osnivača termodinamike i kinetičke teorije gasova. Uveo je pojam energije u termodinamiku.

Hi ćemo izvesti osnovnu jednačinu za primenu kada je gas nalazi u sudu u ciliku kocke sa površom dužine  $l$  (Sl. 64.4).



Sl. 64.4

Imamo je  $\Delta k = \mu v - (-\mu v) = 2\mu v$ . Ako silu udara molekula o zid suda označimo sa  $\Delta f$  a sa  $\Delta t$  vreme trajanja sudara tada će se glasnno zakonu promene količine kretanja impuls sile biti jednak povećani količine kretanja

$$\Delta f \cdot \Delta t = 2\mu v \quad (64.21)$$

Sila  $\Delta f$  kojom molekuli deluje na zid traje kratko, samo u momentu udara. Ostali, i pri tom veliki deo vremena između dva uzastopna sudara molekuli ne deluje na taj zid. Ako sa  $\Delta t$  označimo vreme između dva uzastopna sudara posmatranog molekula o isti zid, za to vreme molekuli će preći dve dužine  $l$  i vice versa (2*l*). Zbog toga će srednja sila  $\overline{\Delta f}$  delovanja molekula za vreme  $\Delta t$  na zid biti znatno manja od stvarne sile  $\Delta f$ . Obično gledano je da će vrednost impulsa srednje sile biti jednak vrednosti impulsa trenutne sile

$$\overline{\Delta f} \Delta t = \Delta f \Delta t = 2\mu v \quad (64.22)$$

Kako se molekuli kreće konstantnom brzinom, vreme između dva uzastopna sudara  $\Delta t$  bude

$$\Delta t = \frac{2l}{v} \quad (64.23)$$

te izraz za srednju silu (64.22) kojim jedan molekuli deluje na zid kocke dobija oblik

$$\overline{\Delta f} = \frac{\mu v^2}{l} \quad (64.24)$$

Ako sa  $n$  označimo ukupan broj molekula u kocki, između dve paralelne strane kocke će se kretati  $n' = n/3$  molekula (jer su svi pravci kretanja ravnopravni). U principu, svaki od  $n'$  molekula može imati drugaćiju brzinu, te se ukupna sila na posmatrani zid može napisati kao

$$F = \frac{\mu}{\Delta l} \sum_{i=1}^{n'} v_i^2 \quad (64.25)$$

Uvodeći definiciju srednje vrednosti kvadrata brzine molekula

$$\overline{v^2} = \frac{1}{n'} \sum_{i=1}^{n'} v_i^2 \quad (64.26)$$

za ukupnu srednju silu dobijamo izraz

$$F = \frac{\mu n}{3\Delta l} \overline{v^2} \quad (64.27)$$

pa pritisak na zid suda možemo izraziti kao

$$p = \frac{F}{S} = \frac{\mu n}{3\Delta l^3} \overline{v^2} \quad (64.28)$$

Kako je  $\Delta l^3 = V$ , a broj molekula u jedinici zapremine je  $n_0 = n/V$ , sledi

$$p = \frac{n_0}{3} \mu \overline{v^2} \quad (64.29)$$

Ako sa

$$\overline{c^2} = \frac{\mu \overline{v^2}}{2} \quad (64.30)$$

označimo srednju kinetičku energiju translatornog kretanja molekula i ovu veličinu uvrstimo u (64.29) dobijemo osnovnu jednačinu

ačinu kinetičke teorije gasova

$$p = \frac{2}{3} n_0 \bar{\epsilon}_T \quad (64.31)$$

Vidimo da se u njoj makrofizička veličina pritisak izražava kao srednja vrednost mikrofizičke veličine, kinetičke energije molekula. Množeći jednačinu (64.31) sa molarnom zapreminom  $V_0$  i uzimajući u obzir da u molarnoj zapremini ima  $n_0 V_0 = N_A$  molekula, dobijamo

$$pV_0 = \frac{2}{3} N_A \bar{\epsilon}_T \quad (64.32)$$

Na osnovu opšte jednačine gasnog stanja izraz (64.32) možemo napisati u obliku

$$\bar{\epsilon}_T = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T \quad (64.33)$$

Količnik  $R/N_A \equiv k = 1,38 \cdot 10^{23} \text{ J/K}$  se naziva Bolcmanov konstantom i uobičajeno je da se (64.33) piše u obliku

$$\bar{\epsilon}_T = \frac{3}{2} k T \quad (64.34)$$

Dobijena jednačina nam daje mikrofizičko značenje temperature. Vidimo da je temperatura mera srednje kinetičke energije molekula. Na osnovu (64.34) možemo lako videti zašto se temperatura  $T = 0$  zove apsolutnom nulom temperaturske skale, a ovoj temperaturi prestaje kretanje molekula\*, te je jasno da niža temperatura ne može da postoji.

Treba da podvučemo da  $\bar{\epsilon}_T$  zavisi samo od apsolutne temperature, a ne i od mase molekula.

Daltonov zakon. Pokušaćemo da zakon (64.31) primenimo na gasnu smešu da bi izračunali pritisak koji gasna smeša rši na zidove suda.

Pretpostavimo da smeša gasa u jedinici zapremine

\* Kvantna mehanika pokazuje da i na apsolutnoj nuli postoji restarjs molekula koje je oscilatornog tipa i naziva se nulno oscilovanje. Ovo oscilovanje je posledica Hejzenbergovog principa neodređenosti.

sadrži  $n_{01}$  molekula prve vrste,  $n_{02}$  molekula druge vrste, itd. Ukupan broj molekula u jedinici zapremine će biti

$$n_0 = n_{01} + n_{02} + \dots \quad (64.35)$$

Pošto svi molekuli na datoj temperaturi imaju istu srednju kinetičku energiju, pritisak koji smeša vrši na zidove suda može da se napiše u obliku

$$p = \frac{2}{3} n_0 \bar{\epsilon}_T = \frac{2}{3} (n_{01} + n_{02} + \dots) \bar{\epsilon}_T = p_1 + p_2 + \dots \quad (64.36)$$

gde su  $p_i$  parcijalni pritisci, tj. pritisci koji bi vršile pojedine komponente smeše kada bi se u sudu nalazile same i u istoj količini kao u smeši. Zakon (64.36) se zove Daltonovim zakonom i tvrdi da je da je za idealne gasove pritisak smeše jednak zbiru parcijalnih pritiska gasova koji čine smešu.

#### 64.5. Raspodela energije po stepenima slobode

a. Broj stepeni slobode mehaničkog sistema

Brojem stepeni slobode mehaničkog sistema se naziva broj nezavisnih koordinata koje određuju položaj sistema. Izračunaćemo broj stepeni slobode za različite mehaničke sisteme.

1. Materijalna tačka u prostoru

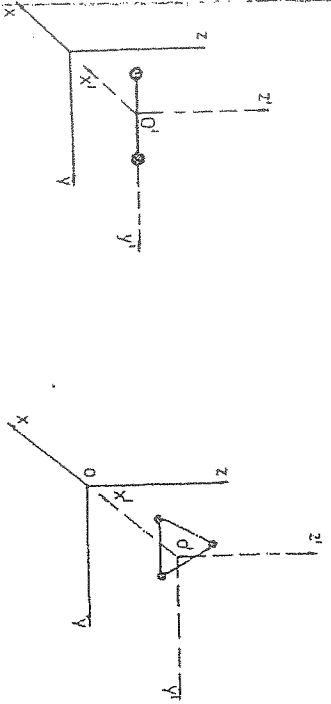
Položaj materijalne tačke u prostoru određen je sa tri koordinate  $(x, y, z)$ , te prema gornjoj definiciji materijalna tačka u prostoru ima tri stepena slobode. Stepeni slobode materijalne tačke se zovu translacionim stepenima slobode.

2. Dve materijalne tačke sa stalnim međusobnim rastojanjem

Položaj ovog sistema u prostoru može se odrediti sa koordinatama centra masa  $(x_c, y_c, z_c)$  u koji se stavlja početak koordinatnog sistema  $O'$  (sl. 64.5) i sa dva ugla  $\theta, \phi$ , koji opisuju rotaciju sistema oko  $z'$  i  $x'$  ose. (Osa  $y'$  leži duž pravca koji spaja dve materijalne tačke. Oko ove ose sistem nema moment inercije i ne može da prima rotacionu energiju.) Vidimo da ovaj sistem ima tri translaciona i dva rotaciona stepena slobode.

3. Sistem od tri i više materijalnih tačkaka na stalnom međusobnom rastojanju

Položaj ovakvih sistema ćemo opisati sa koordinatama centra mase u koji stavljamo početak  $O'$  sistema i sa uglovima ( $\theta$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$ ) koji opisuju rotaciju sistema u odnosu na sistem  $O$  (sl. 64.6). Znači, ovaj sistem ima tri translaciona i tri



Sl. 64.5

Sl. 64.6

rotaciona stepena slobode.

Kako je 99,9% mase atoma skoncentrisano u jezgru, žigji je poluprečnik veoma mali ( $R \approx 10^{-15} \text{ m}$ ), možemo atome u daljem smatrati materijalnim tačkakama.

Na osnovu do sada izloženož, jednoatomni molekuli će imati tri translaciona stepena slobode, dvoatomni molekuli će imati pet stepeni slobode, a troatomni i višeatomni molekuli će imati šest stepeni slobode.

b. Raspodela energije po stepenima slobode

U prethodnim razmatranjima smo, polazeći od pretpostavke da su kod haotičnog kretanja molekula sva tri pravca ravnopravna, za energiju jednoatomnih molekula dobili rezultat (64.34). Kako pri kretanju molekula nijedna vrsta kretanja nema veću verovatnoću od ostalih, prirodno je zaključiti da se ukupna energija ravnomeno raspodeljuje po stepenima slobode,

tj. da na svaki stepen slobode dolazi prosečno ista energija  $\bar{\epsilon}$ . Na osnovu ove pretpostavke i rezultata (64.34) možemo zaključiti da je prosečna energija po stepenu slobode jednaka

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} kT \quad (64.37)$$

pa prema tome, molekuli sa  $f$  stepeni slobode ima srednju kinetičku energiju

$$\bar{\epsilon} = f \bar{\epsilon} = \frac{f}{2} kT \quad (64.38)$$

64.6. Unutrašnja energija i masena količina toplote idealnog gasa

Unutrašnjom energijom idealnog gasa se naziva zbir energija kretanja pojedinih molekula.

Unutrašnja energija jednog mola gasa je

$$U_M = N_A \bar{\epsilon} = \frac{f}{2} RT \quad (64.39)$$

a unutrašnja energija  $m$  grama gasa molekulske mase  $M$  je

$$U = \frac{m}{M} \frac{f}{2} RT \quad (64.40)$$

Vidimo da unutrašnja energija idealnog gasa zavisi od broja stepeni slobode molekula  $f$  i od apsolutne temperature  $T$ . Možemo još zapaziti da se u okviru našeg modela idealnog gasa vrsta gasa zadaje sa dva parametra: molekulsom masom  $M$  i brojem stepeni slobode  $f$ .

a. Masena količina toplote idealnog gasa

Pri zagreivanju gasa se ne mora sva količina dodelene toplote  $Q$  trošiti na povećanje temperature gasa, jer usled zagreivanja gas može da se širi i da vrši rad. Zato kada se govori o masenoj količini toplote gasova, treba da se precizira pod kojim uslovima gas prima toplotu. Iz tih razloga se za gasove posebno definišu molarna masena količina toplote za zagre-

(Jednačina (64.46) je ustvari matematička formulacija prvog principa termodinamike, koji ćemo kasnije detaljnije analizirati.)

Na osnovu definicije molarne masene količine toplote ( $C = Mc$ ) i zamenom (64.46) u (63.5) dobijamo

$$C_p = \frac{M}{m} \left( \frac{dU}{dT} + p \frac{dV}{dT} \right), \quad (64.47)$$

Kako smo već ranije pokazali

$$\frac{M}{m} \frac{dU}{dT} = C_v \quad (64.48)$$

a iz opšte jednačine gasnog stanja se za  $p = \text{const.}$  dobija

$$p \frac{dV}{dT} = \frac{m}{M} R \quad (64.49)$$

Izraz (64.47) možemo prepisati u obliku

$$C_p = C_v + R \quad (64.50)$$

ili

$$C_p = \frac{i + 2}{2} R \quad (64.51)$$

Odnosi masenih količina toplota se mogu napisati u obliku

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i + 2}{2} R \quad (64.52)$$

Na osnovu izloženog možemo zaključiti da kod idealnih gasova masena količina toplote  $C_p$  i  $C_v$  ne zavisi od temperature, pritiska i zapremine gasa, već samo od broja stepeni slobode gasa i od univerzalne gasne konstante  $R$ .

Znajući da je  $R = 8.314 \text{ J/mol.K}$ , masene količine toplote idealnih gasova možemo jednostavno izračunati kao što je prikazano u sledećoj tabeli.

vanje pri stalnoj zapremini ( $C_v$ ) i molarne masena količina toplote za zagrevanje pri stalnom pritisku ( $C_p$ ).

1. Zagrevanje pri  $V = \text{const.}$

Pod ovim uslovom gas ne može da vrši rad i dovedena količina toplote  $Q$  se troši na povećanje unutrašnje energije gasa

$$dQ = dU \quad (64.41)$$

Ako se (64.41) zameni u (63.5), dobija se

$$C_v = \frac{1}{m} \frac{dU}{dT} \quad (64.42)$$

Kako iz (64.40) sledi da je

$$\frac{dU}{dT} = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \quad (64.43)$$

Za molarnu masenu količinu toplote ( $C_v = Mc_v$ ) za zagrevanje pri stalnoj zapremini dobija se konačno

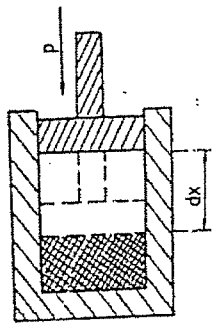
$$C_v = \frac{i}{2} R \quad (64.44)$$

2. Zagrevanje pri  $p = \text{const.}$

Ako gas zagrevamo pri stalnom spoljašnjem pritisku on će se pri zagrevanju širiti (sl. 64.7).

Pri širenju gas u sudu vrši rad protiv spoljašnje sile

$$dA = f dx = p s dx = p dV = pdV \quad (64.45)$$



Ukupna količina toplote  $dQ$  se pri ovakvim uslovima delimično troši na povećanje unutrašnje energije gasa  $dU$  a delimično i na vršenje rada  $pdV$ .

$$dQ = dU + pdV \quad (64.46)$$

VRSTA MOLEKULA	$C_V = 4/2 \text{ J/mol K}$	$C_P = 4/2 + 2 \text{ J/mol K}$
jednoatomni	12	20
dvoatomni	20	28
tro- i višeatomi	24	32

Rezultati koji su prikazani u gornjoj tabeli, dobijeni su na prostom modelu gasa koji molekulsku strukturu opisuje samo preko molarne mase  $M$  i broja stepeni slobode  $f$ , odigrajućih ulogu bitni u saglasnosti sa eksperimentalnim rezultatima u onim oblastima temperatura gde unutrašnja struktura molekula gasa igra značajnu ulogu. Najbolja slaganja sa eksperimentima se dobijaju u oblasti srednjih temperatura ( $1500 < T < 4000^\circ$ ). Vidimo kasnije da sami molekuli ne primaju energiju kontinualno već samo u strogo odredjenim količinama koje su jednake razlici između energetskih nivoa molekula. Takođe ćemo pokazati da se molekuli mogu pobuditi i u vibraciona stanja, što nam sve pokazuje da zakon o ravnomernoj raspodeli energije po stepenima slobode ima vrlo ograničenu važnost.

#### 64.7. Maksvelov zakon raspodele brzina

Kao što smo ranije rekli, molekuli idealnog gasa se kreću u svim pravcima i međusobno interaguju elastičnim sudarima. Zbog velikog broja molekula ne može se izračunati kako će se menjati brzina jednog molekula tokom vremena, niti se može reći kolika će biti tačna brzina molekula u odredjenom vremenskom trenutku. Medjutim, metodama statističke fizike Maksvel i Boltzman su uspeali da izračunaju verovatnoću da deo ukupnih molekula gasa na datoj temperaturi  $T$  ima brzinu u intervalu od  $v$  do  $v + dv$ .

<sup>4</sup> James Clark Maxwell (1831-1879), engleski fizičar. Ovim radovima u kinetičkoj teoriji gasova, Maksvel je svojim poznatim jednačinama preračunao kvantne kvantne elektrodinamičke i osnovne elektromagnetične teorije svetlosti.

Ako ukupan broj molekula u gasu označimo sa  $n$ , tada da ovu verovatnoću možemo da napišemo u obliku

$$dW = \frac{dn}{n} = \frac{4}{\pi^{1/2} a^3} v^2 e^{-(v^2/a^2)} dv \quad (64.53)$$

gde je  $a = \sqrt{2kT/m}$ . Količnik  $dW/dv$  nazivamo gustinom verovatnoće i on određuje verovatnoću po jedinici intervala brzine.

Zavisnost gustine verovatnoće od brzine molekula je prikazana na slici 64.8., za razne vrednosti temperature  $T$ .

Analizirajući raspodele brzina, lako se osobina raspodele brzina.

1. Najverovatniji brzinu (položaj maksimuma krivih prikazanih na slici 64.8.) možemo izračunati iz uslova

$$\frac{d}{dv} \left[ \frac{dW}{dv} \right] = 0 \quad (64.54)$$

i dobijemo rezultat

$$v_m = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = a \quad (64.55)$$

Pri datoj temperaturi  $T$  će najveći broj molekula imati brzinu  $v_m$ . Možemo primetiti da prikazana raspodela brzina nije simetrična oko  $v_m$ . Površina sa desne strane od  $v_m$  je uvek veća od površine sa leve strane, što znači da na datoj temperaturi uvek imamo u gasu veći broj molekula sa brzinom  $v > v_m$ , nego sa  $v < v_m$ .

2. Najverovatniji broj molekula  $dn$  koji će od ukupno  $n$  molekula na temperaturi  $T$  imati brzinu između  $v_1$  i  $v_2$  može se izračunati kao

$$\frac{dn}{n} = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dW}{dv} dv \quad (64.56)$$

kula na sobnim temperaturama izračunavamo najverovatniju brzinu molekula vodonika na temperaturi  $T = 300$  K.

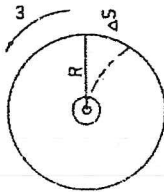
$$v = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^7 \cdot 300}{2}} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad (64.62)$$

$$= 5000 \text{ km/h}$$

64.8. Eksperimentalna potvrda Maksimalne raspodele brzine

Prvi eksperimentalni dokaz valjanosti relacije (64.53) izveo je Stern godine. Šema njegovog mernog uređaja je prikazana na slici 64.9.

Duž ose cilindra nalazi se posrebrana platinska žica koja se zagreva električnom strujom i emituje atome srebra sa različitim brzinama. Atomi srebra se registruju na spoljašnjem cilindru gde se talože na providnom filmu. Ovi atomi stižu od centralne žice do filma za vreme



$$\Delta t = \frac{R}{v} \quad (64.63)$$

Sl. 64.9

Ako se ceo sistem rotira oko centralne žice sa konstantnom brzinom  $\omega$ , svaka tačka na spoljašnjem cilindru za vreme  $\Delta t$  prelaazi put

$$\Delta S = R\omega\Delta t \quad (64.64)$$

Iz predjenog puta i ugaone brzine računava se brzina atoma po formuli

$$v = \frac{\omega R^2}{\Delta S} \quad (64.65)$$

Eksperiment Šterna je pokazao da se najviše čestica (atoma, molekula) skuplja na onom mestu  $\Delta S$  koje odgovara najverovatnijoj brzini  $v_m$  za datu temperaturu centralne žice.

\* STERN, Otto (1888-1969) nemački fizičar.

Na slici 64.8. brojnoj vrednosti ovog integrala odgovara šrafirana površina između  $v_1$  i  $v_2$ .

3. Sa slike 64.8. vidimo da  $dW/dv = 0$  samo za  $v = 0$  i  $v = \infty$ . Na osnovu ove osobine možemo zaključiti da na datoj temperaturi molekuli idealnog gasa mogu imati sve moguće brzine, ali ih daleko najviše ima sa brzinom oko  $v_m$ .

4. Iz izraza (64.55) vidimo da se položaj maksimuma Maksimalne raspodele menja sa temperaturom kao  $\sqrt{T}$ . Vrednost maksimuma možemo izračunati ako u formulu (64.53) uvrstimo umesto brzine v vrednost (64.55) i tada ćemo dobiti rezultat

$$\left(\frac{dW}{dv}\right)_{\max} = \frac{4}{e\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\mu}{2kT}} \quad (64.57)$$

koji nam pokazuje da vrednost maksimuma opada kao  $1/\sqrt{T}$  sa porastom temperature.

5. Zbog nesimetričnosti krive (sl. 64.8) srednja brzina

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{\sum_{i=1}^n 1} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n} \quad (64.58)$$

i koren iz srednjeg kvadrata brzine

$$(\bar{v}^2)^{1/2} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{n}\right)^{1/2} \quad (64.59)$$

se razlikuju od najverovatnije brzine. Njihove vrednosti su date izrazima

$$\bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \alpha = 1,13\alpha; \quad \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} \alpha^3 = 1,22\alpha \quad (64.60)$$

na osnovu kojih možemo napisati kvalitativni izraz:

$$\alpha < \bar{v} < \sqrt{\bar{v}^2} \quad (64.61)$$

6. Da bismo dobili predstavu o tipičnoj brzini molekula